

# Kalkulus nyolcadik és kilencedik feladatsor

## Trigonometrikus függvények, Komplex számok

### Trigonometrikus függvények

1. Számítsuk ki az alábbi kifejezések pontos értékét!

a,  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

b,  $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

c,  $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

d,  $\cos\left(\frac{15\pi}{6}\right)$

e,  $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

f,  $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

g,  $\tan\left(\frac{-4\pi}{3}\right)$

2. Keressük meg az összes olyan  $0$  és  $2\pi$  közötti számot, amelynek

a, szinusza  $\frac{1}{2}$ ,

b, tangense  $1$ ,

c, kotangense  $-\sqrt{3}$ ,

d, koszinusza  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. Határozzuk meg az alábbi kifejezések pontos értékét!

a,  $\arcsin(1)$

b,  $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$

c,  $\arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

d,  $\arctan(1)$

e,  $\arctan(\sqrt{3})$

f,  $\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

g,  $\arccos(0)$

4. Egy síkbeli pont koordinátái az alábbiak. Mekkora szöget zár be pontba mutató vektor az  $x$  tengely pozitív felével? Milyen távolságra van a pont az origótól?

a,  $(\sqrt{3}, 2)$

b,  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

$$c, \left( -\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2} \right)$$

5. \* Mennyi lesz  $\sin \frac{\pi}{12}$  pontos értéke? Ennek felhasználásával számítsuk ki  $\cos \frac{7\pi}{12}$  pontos értékét!

## Komplex számok

- Határozza meg a  $\frac{\bar{z}_1}{z_2}$  komplex szám algebrai alakját, ha  $z_1 = 3 - 2i$  és  $z_2 = 2 + i$ !
- Hozza algebrai alakra az alábbi kifejezéseket!
  - $3 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
  - $\frac{2 + i}{i(1 - 4i)}$
- Írjuk fel a következő számok trigonometrikus alakját!
  - $\sqrt{6} - i\sqrt{2}$
  - $-4i$
  - $8$
- Végezzük el a következő hatványozásokat!
  - $(1 + i\sqrt{3})^3$
  - $(1 + i)^8$
  - $(1 - i)^4$
- Végezzük el a következő gyökvonásokat a komplex számok halmazán!
  - $\sqrt[3]{1}$
  - $\sqrt[4]{-16}$
  - $\sqrt[3]{1 + i\sqrt{3}}$
- Oldjuk meg a komplex számok halmazán a  $z^2 + 6z + 10 = 0$  másodfokú egyenletet!
- Oldjuk meg a komplex számok halmazán az alábbi egyenleteket!
  - $z^3 = 1 + i$
  - $|z| - z = 1 + 2i$
  - $z^2 = \bar{z}$
  - $2iz^3 = (1 + i)^8$
  - $\frac{7i + 3}{7 - 3i}z^4 + 8(\sqrt{3} + i) = 0$
  - $(z^4 - 1)(z^2 + (5 - 2i)z + 5(1 - i)) = 0$